ThI1-ÜBUNGSINFOS

Heißer Herbst

Mittlerweile sind die ersten Übungszettel abgegeben, korrigiert und auch zurückgegeben und ein neuer ist im Umlauf...

Damit ist schon ein Stückchen Normalität in den Ablauf des Semesters ein-gekehrt. Aber unbedingt am Ball bleiben, der Vorlesungsstoff wird von Woche zu Woche zunehmen!

In diesem Handout geht es um Induktion und ein paar „real world"-Betrachtungen der Asymptotischen Notation.

Wenn Du Fragen oder Anregungen hast, schreib uns einfach. Nur zu!

Bitte beachte auch, dass Tipps zu den Übungszetteln rein freiwillig und nicht verpflichtend von uns sind! Ebenso dieses Handout, aber das versteht sich fast von selbst... J

Vollständige Induktion

Das Verfahren der Induktion ist ein formales Handwerkszeug, um Vermutungen bestätigen zu können. Genauer, um vom speziellen Fall einer Annahme auf den allgemeinen Fall schließen zu können.

Dazu bedient man sich einer

Induktionsverankerung

deren Richtigkeit der Ausgangspunkt für die allgemeine Richtigkeit ist. Anschließend kann man ausgehend von dieser Verankerung Schritt für Schritt die Richtigkeit eines Folgeausdrucks zeigen.

Allgemeiner im sogenannten

Induktionsschritt

wo man annimmt, dass die Annahme für eine Eingabe von n richtig sei und daraus gefolgert wird, dass auch n+1 als Folgelement richtig ist!

Ein Beispiel: Die Summen-formel für die geometrische Reihe. Entnommen aus O. Forster, Analysis 1 (siehe Literaturangaben unten!).

Behauptung: Für $\alpha = 1$ und für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt:

$$\sum_{k=0}^{n} \alpha^k = \frac{1-\alpha^{n+1}}{1-\alpha}$$

Beweis mit vollständiger Induktion über n:

Induktionsverankerung n=0:

$$\sum_{k=0}^{0} \alpha^k = 1 = \frac{1-\alpha^{0+1}}{1-\alpha}$$

Induktionsschritt n $\rightarrow$ n+1:

$$(links) \quad \sum_{k=0}^{n+1} \alpha^k = \left(\sum_{k=0}^{n} \alpha^k\right) + \alpha^{n+1}$$

$$= \frac{1-\alpha^{n+1}}{1-\alpha} + \alpha^{n+1}$$

$$= \frac{1-\alpha^{n+1} + (1-\alpha)\alpha^{n+1}}{1-\alpha}$$

$$= \frac{1-\alpha \cdot \alpha^{n+1}}{1-\alpha}$$

$$= \frac{1-\alpha^{(n+1)+1}}{1-\alpha} \quad (rechts) \quad q.e.d.$$

Mailingliste

Fragen, Hilfe, Anregungen und Austausch mit den anderen Übungsteilnehmern gefällig?!

Dann bist Du bei unserer Tutoriumsmailingliste genau richtig! Einfach eine Mail an die Liste schreiben und alle eingetragenen Empfänger (also auch Du!) erhalten die Frage und können direkt auf die Email antworten.

Wie, Du bist noch nicht angemeldet? na, dann

www.stormzone.de/uni/thi

ansteuern und per Web-formular anmelden.

Türme von Hanoi

1883 hatte der französische Mathematiker Edouard Lucas jene kleine Geschichte ersonnen, die fortan als die Geschichte der Türme von

Hanoi selbst Geschichte machte.

Dabei geht es um Scheiben, Bewegungen dieser Scheiben und vor allem das Ende der Zeit! Die genauen Regeln des Spiels findest Du auf der Website www.stormzone.de/uni.

Beachtenswert ist, dass sich „Die Türme von Hanoi“ zu einem echten Laufzeitkiller entwickeln, wenn die Anzahl der Scheiben ansteigt. Bei 64 Scheiben beispielsweise sind schon

18.446.744.073.709.551.615

nötig, um die Aufgabe zu lösen! und dass trotz (oder vielleicht gar wegen?) rekursivem Algorithmus?

Formeltipps

Die Regeln zum Rechnen mit Logarithmen braucht man ständig. Hier ist eine davon, der Basiswechsel:

$$a^{\log_b n} = n^{\log_b a}$$

Ebenso gut zu wissen, dass f(n) = 3^n und f(n) = 4^n – obwohl beide Exponential-funktionen – nicht von der gleichen Größenordnung sind!

$$\lim_{n\to\infty} \frac{3^n}{4^n} = \lim_{n\to\infty} \left(\frac{3}{4}\right)^n = 0$$

$$3^n = o(4^n)$$

Eine Anmerkung zu den Landauschen Symbolen: Es ist formal falsch, wenn man f < g schreibt und damit eigentlich f = o(g) meint!

Will man eine Rangfolge ausdrücken, schreibt man beispielsweise:

$$f_1(n) = o(f_3(n)) = o(f_2(n))$$

Schachbrett

...und noch ein Schmankerl in der Kategorie große Probleme: Die Reiskörner auf dem Schachbrett!

Wenn, beginnend mit einem Korn, auf jedes weitere Feld die doppelte Anzahl der auf dem vorherigen Feld vorhandenen Körner gelegt wird, so könnte man mit dem auf dem Schachbrett enthaltenen Körnern auf jeden Quadratzentimeter der

Erdoberfläche ungefähr acht Reiskörner legen!

Auf dem 64. Feld sind es dann

$2^{63} = 9.223.372.063.854.775.808$

Reiskörner.

Hier sieht man einmal mehr das dramatische Wachstum der Exponentialfunktionen. Für eine relativ kleine Eingabe (n = 63) liefert 2^{63} einen sehr großen Wert. Eine kubische Funktion hingegen würde hingegen extrem viel schwächer ansteigen:

$$f(n) = n^3$$

$$f(63) = 63^3 = 250047$$

Literaturangaben

Zur Vorlesung wurden folgende Bücher als Literatur angegeben:

- **T.H. Cormen, C.E. Leiserson, R.L. Rivest, Introduction to Algorithms, MIT Press 1990.**
- **U. Schöning, Algorithmen - kurz gefasst, Spektrum Akademischer Verlag, 1997.**
- **R. Sedgewick, Algorithmen in C++, Addison-Wesley, 1992.**

Hilfreich sind auch

- **T. Ottmann, P. Widmayer, Algorithmen und Datenstrukturen, Spektrum Akademischer Verlag, 1996**
- **O. Forster, Analysis 1, Vieweg Verlag, 1976-1996**

...und natürlich weitere Bände in der Institutsbibliothek.

Ein Teil der Literaturangaben ist auch auf der offiziellen ThI1-Seite der Professur Schnitger zu finden. Hier gibt es auch einige andere nützliche Infos. Dazu...

www.thi.informatik.uni-frankfurt.de/ThI1/start.html

Disclaimer

Martin und Fabian haben diese Informationen nach bestem Gewissen zusammengestellt, übernehmen aber keinerlei Gewähr für die Richtigkeit der hier erfolgten Angaben!

Kontakt

Fabian Wleklinski:

fabian@wleklinski.de

Martin Klossek:

martin@klossek3000.de