

# Versuchsprotokoll

## Supraleitung

Sven Eschenberg  
Daniel Kenzelmann  
Physik Nebenfach

31. Juli 2003

## Inhaltsverzeichnis

<b>1 Grundlagen</b>	<b>3</b>
1.1 Historisches . . . . .	3
1.2 Meißner-Ochsenfeld-Effekt . . . . .	3
1.3 Supraleiter 1. und 2. Art . . . . .	5
1.4 Die BCS-Theorie . . . . .	6
1.5 Flußschläuche in Supraleitern 2. Art . . . . .	7
<b>2 Meßergebnisse</b>	<b>8</b>
2.1 Magnetische Levitation mit Supraleitern . . . . .	8
2.1.1 Durchführung . . . . .	8
2.1.2 Erklärung . . . . .	8
2.2 Magnetische Suszeptibilität . . . . .	8
2.2.1 Durchführung . . . . .	8
2.2.2 Erklärung . . . . .	9
2.3 $T_c(B)$ von Indium . . . . .	9
2.3.1 Durchführung . . . . .	9
2.3.2 Erklärung . . . . .	9

## 1 Grundlagen

### 1.1 Historisches

1911 entdeckte KAMERLINGH-ONNES, daß der elektrische Widerstand von Quecksilber bei einer bestimmten Temperatur  $T_c$  (*der Sprungtemperatur*) schlagartig auf einen unmeßbar kleinen Wert absinkt.

Man spricht von *Supraleitung*. Festkörper, die die Eigenschaft der Supraleitung zeigen, nennt man *Supraleiter*. Außer Quecksilber erwies sich etwa die Hälfte der Metalle als Supraleiter. Es sind etwa 40 supraleitende Elementfestkörper bekannt. Man fand vor allem bei den Metallen Supraleitung, die aus Atomen mit 7 Valenzelektronen oder mit einer mittleren Valenzelektronenzahl von 3,5 pro Atom aufgebaut sind.

Dagegen konnte bei den besonders gut leitenden Metallen der ersten Gruppe (Alkalimetalle, Kupfer, Silber, Gold) bisher keine Supraleitung nachgewiesen werden, obwohl diese bis zu den extrem niedrigen Temperaturen von einigen  $10^{-2}$  K untersucht wurden. Außer den supraleitenden Elementfestkörpern sind heute mehr als 1000 supraleitende Legierungen und intermetallische Verbindungen bekannt.

Die bisher höchste Sprungtemperatur der intermetallischen Supraleiter hat die 1974 entdeckte Verbindung  $\text{Nb}_3\text{Ge}$  mit 23,3 K. Erst 1994 erhielten die Supraleiter aus dieser Substanzgruppe wieder interessanten Zuwachs. Es wurden einphasige Verbindungen der Form

$\text{XNi}_2\text{B}_2\text{C}$  (mit den seltenen Erden Y, Tm, Er, Ho und Lu für X) mit Sprungtemperaturen von bis zu 16.6 K bekannt sowie quarternäre Borkarbide, von denen eine mehrphasige Yttrium-Palladium-Bor-Kohlenstoff-Verbindung mit  $T_c = 23$  K ebenfalls den oben genannten Spitzenwert erreicht. 1986 wurden schließlich von BEDNORZ und MÜLLER die keramischen Hochtemperatursupraleiter entdeckt.

Durch ein Magnetfeld hinreichender Stärke wird die Supraleitung aufgehoben. Das magnetische Feld, dessen Feldstärke  $H_c$  gerade zur Beseitigung der Supraleitung ausreicht, bezeichnet man als *kritisches Magnetfeld*.  $H_c$  ist eine Funktion der Temperatur:

$$H_c(T) = H_c(0) \left( 1 - \left( \frac{T}{T_c} \right)^2 \right)$$

Dabei ist belanglos, wie das Magnetfeld erzeugt wird. Die Supraleitung wird auch dann aufgehoben, wenn das mit dem Stromfluß in einem Supraleiter verbundene Magnetfeld an der Oberfläche des Leiters die kritische Feldstärke erreicht. Das mit dem Stromfluß verbundene Magnetfeld begrenzt somit den Strom im Supraleiter.

### 1.2 Meißner-Ochsenfeld-Effekt

Ein Supraleiter zeigt im supraleitenden Zustand auch ein außergewöhnliches und sonst nicht bekanntes magnetisches Verhalten. Abgesehen von einer Oberflächen-

schicht, deren Dicke etwa  $10^{-8}$  m beträgt, ist die magnetische Induktion in seinem Innern Null:  $B = 0$  (*Meißner-Ochsenfeld-Effekt*, entdeckt 1933). Ein Supraleiter ist also im supraleitenden Zustand ideal diamagnetisch.

Der Meißner-Ochsenfeld-Effekt läßt sich in ähnlicher Weise wie der im supraleitenden Zustand verschwindende Widerstand demonstrieren. Man legt dazu einen kleinen, aber starken Permanentmagneten bei  $T > T_c$  auf einen Supraleiter. Läßt man den Induktionsvorgang abklingen und kühlt man den Supraleiter anschließend ab, so wird beim Übergang in den supraleitenden Zustand das Magnetfeld aus dem entstandenen idealen Diamagneten verdrängt und der Permanentmagnet in einen Schwebezustand versetzt. Das dabei oberhalb der Schale entstehende Magnetfeld ist nämlich das gleiche, als wenn man sich unterhalb der Schale spiegelbildlich zu dem oberen einen zweiten gleichartigen Magneten angeordnet und die Schale entfernt denkt.

Abgesehen von der praktisch unendlichen Leitfähigkeit ist der Meißner-Ochsenfeld-Effekt ein zweites den supraleitenden Zustand charakterisierendes Merkmal. Die Supraleitung kann deshalb nicht ausschließlich als elektrische Leitung in einem Leiter mit der Leitfähigkeit  $\sigma = \infty$  aufgefaßt werden. Das zeigen auch folgende Überlegungen. Im Inneren des Leiters ist im supraleitenden Zustand  $E = 0$  und damit nach der 1. Maxwellschen Gleichung  $\text{rot}E = -\dot{B}$  die magnetische Induktion  $B = \text{const.}$  Bei Berücksichtigung allein des Sachverhalts  $E = 0$  leitet sich aber ein Widerspruch zum Meißner-Ochsenfeld-Effekt ab. Im Gegensatz zur experimentellen Erfahrung müßte das magnetische Verhalten des Supraleiters von seiner Vorgeschichte abhängen. Zum Beweis dieser Aussage denke man sich zunächst den Supraleiter bei  $H = 0$  auf eine Temperatur  $T < T_c$  abgekühlt. Da anfangs  $H = 0$  ist, gilt auch in seinem Innern  $B = 0$ . Läßt man nun  $H$  von Null an wachsen, so bleibt für  $H < H_c$  dennoch  $B = 0$ , weil die magnetische Induktion im supraleitenden Zustand konstant bleibt. Bei  $H = H_c$  geht die Supraleitung in die Normalleitung über, es gilt die Materialgleichung  $B = \mu H$ , wobei für den nichtferromagnetischen Leiter  $\mu$  unabhängig von  $H$  ist. Bei  $H = H_c$  springt also  $B$  auf einen endlichen Wert, um dann mit weiter wachsendem  $H$  linear zuzunehmen. Nimmt  $H$  wieder auf den Wert Null ab, so spränge aber bei  $H = H_c$  die magnetische Induktion  $B$  nicht auf den Wert Null zurück, sondern behielte den konstanten Wert  $B_0 = \mu H_c$  bei. Das Verhalten des Supraleiters wäre demnach von seiner Vorgeschichte abhängig. Der Meißner-Ochsenfeld-Effekt zeigt dagegen, daß sich unabhängig von der Vorgeschicht stets der gleiche Endzustand einstellt, gleichgültig, ob man  $T$  oder  $H$  oder beide variiert und wie diese Variation erfolgt. Der Zustand des Supraleiters ist also durch die Variablen  $T$  und  $H$  eindeutig beschreibbar.  $T$  und  $H$  sind deshalb als Zustandsvariable im Sinne der Thermodynamik aufzufassen, und das  $H$ - $T$ -Diagramm ist das *Phasendiagramm* der Supraleiter.

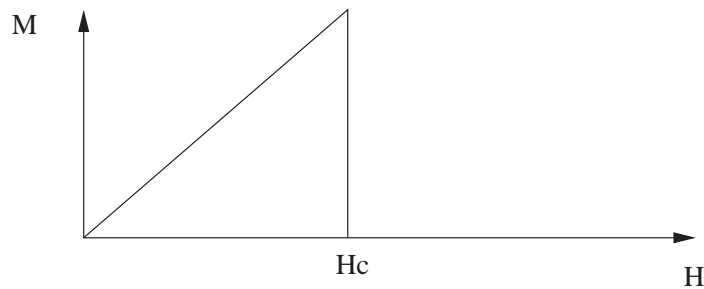


Abbildung 1: Magnetisierungskurve eines Supraleiters 1. Art

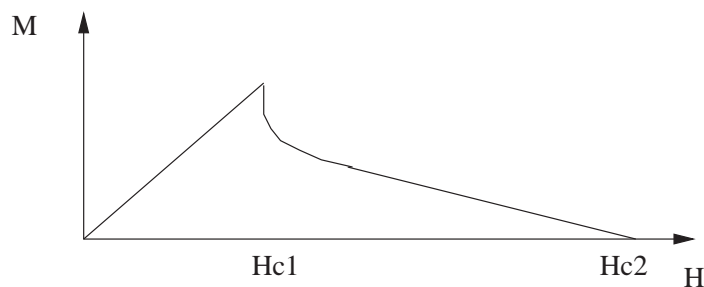


Abbildung 2: Magnetisierungskurve eines Supraleiters 2. Art

## 1.3 Supraleiter 1. und 2. Art

Die in Abbildung 1 dargestellte Magnetisierungskurve  $M = f(H)$  zeigen im allgemeinen supraleitende Elementfestkörper wie zum Beispiel Hg, Pb und Sn. Man nennt Supraleiter mit derartigen Magnetisierungskurven *Supraleiter 1. Art*. Ein etwas anderes Magnetisierungsverhalten haben dagegen *Supraleiter 2. Art* (vgl. Abbildung 2). Bis zum Wert  $H = H_{c1}$ , der *unteren kritischen Feldstärke*, zeigt  $M = f(H)$  den gleichen Verlauf wie bei Supraleitern 1. Art. Dann fällt  $M$  zunächst rasch und allmählich immer flacher ab. Bei der *oberen kritischen Feldstärke*  $H = H_{c2}$  geht der supraleitende in den normalleitenden Zustand über,  $M$  wird wie bei Supraleiter 1. Art praktisch Null. Supraleiter 2. Art sind im wesentlichen Legierungen und intermetallische Verbindungen. Die obere kritische Feldstärke  $H_{c2}$  kann Werte bis zu einigen  $10^7$  A/m erreichen, ist also wesentlich größer als die kritische Feldstärke  $H_c$  von Supraleitern 1. Art. Daher finden zum Aufbau supraleitender Magnete Supraleiter 2. Art Verwendung. Die Magnetisierungskurve in Abbildung 2 zeigt, daß der Supraleiter 2. Art für  $H_{c1} < H < H_{c2}$  nicht mehr ideal diamagnetisch ist, das Feld also in das Innere des Supraleiters eindringt und in bestimmten Bereichen seines Inneren nicht mehr  $B = 0$  gelten kann. Da aber noch Supraleitung beobachtet wird, muß im Inneren des Leiters eine Aufspaltung in normal- und Supraleitende Bereiche stattfinden. Der Feldvektor  $B$  durchsetzt den Leiter in sogenannten *Flußschläuchen* oder *-linien*, deren Kern normalleitend ist. Durch Dekoration der Oberflächen von Supraleitern 2. Art mit ferromagnetischen Mikropartikeln konnten die Durchstoßungspunkte der

Flußschläuche durch die Oberfläche elektronenmikroskopisch nachgewiesen werden.

## 1.4 Die BCS-Theorie

Lange Zeit wurde versucht, die Supraleitfähigkeit durch Erweiterungen der Maxwell'schen Theorie und durch phänomenologische Betrachtungen zu deuten. Die bekanntesten dieser Ansätze sind der von LONDON (1935) und der von GINZBURG und LANDAU (1950). Erst 1957 konnten BARDEEN, COOPER und SCHRIEFFER die mikrophysikalische Begründung der Supraleitung geben (*BCS-Theorie*). 1960 gelang es GINZBURG, LANDAU, ABRIKOSOW und GORKOW, die phänomenologische Ginzburg-Landau-Theorie aus der BCS-Theorie zu folgern und gleichzeitig die Gesetzmäßigkeiten der Supraleiter 2. Art abzuleiten (*GLAG-Theorie*).

Einige Gedanken der BCS-Theorie werden nun skizziert. Nach ihr besteht das Elektronensystem eines Supraleiters für  $T < T_c$  aus normalen quasifreien Elektronen und aus gepaarten Elektronen, den sogenannten *Cooper-Paaren* oder Supraelektronen.

Als Ursache für die Bildung von Cooper-Paaren wird eine spezielle Elektron-Gitter-Elektron-Wechselwirkung angesehen. Anschaulich kann man sich ihr Zustandekommen wie folgt vorstellen. Beim Durchlaufen des Metallgitters zieht ein Elektron durch die Coulomb-Kraft die positiven Ionen in seiner Nähe etwas zu sich heran, löst also eine Gitterpolarisation aus. Bewegt es sich schneller als die relativ trägen Ionen in die Ruhelage zurückschwingen können, dann wirkt diese lokale Gitterpolarisation wie eine positive Ladung und kann ein weiteres Elektron an sich heranziehen. Indirekt über das Gitter erfolgt also eine Anziehung beider Elektronen, die unter bestimmten Umständen ihre Coulomb-Abstoßung übertreffen kann.

Dieser dynamische Vorgang kann zu einer zeitweisen Bindung beider Elektronen zu einem Cooper-Paar führen. Die beiden Elektronen müssen dazu entgegengesetzte Spins besitzen und spiegelsymmetrisch zueinander auf der Impulskugel liegen, d.h. entgegengesetzte Impulse vom Betrag des Fermi-Grenzimpulses haben. Dann sind der Gesamtspin und im stromlosen Fall auch der Gesamtimpuls der Cooper-Paare Null. Ihre Bindung erfolgt über ein dynamisches Gleichgewicht. Cooper-Paare zerfallen ständig und werden ständig neugebildet. Den maximalen Abstand, bei dem die Bindung noch wirksam ist, nennt man Kohärenzlänge des Cooper-Paares. Sie liegt bei etwa  $10^{-6}$ m.

Die Bindungsenergie eines Cooper-Paares beträgt etwa  $10^{-3}$  eV, ist also gegenüber der Bindungsenergie der metallischen Bindung äußerst klein. Eine Bindung von Elektronen zu Cooper-Paaren kann nur dann stattfinden, wenn die thermische Energie des Gitters klein gegenüber dieser Bindungsenergie ist, also nur bei Temperaturen in der Nähe des absoluten Nullpunkts. Weil jedem Cooper-Paar eine Energie von etwa 5-10 eV zugeordnet ist, folgt aus dem Verhältnis zu

ihren Bindungsenergien, daß nur der  $10^{-4}$ te bis  $10^{-5}$ te Teil der quasifreien Elektronen in einem Supraleiter zu Cooper-Paaren vereint ist.

Cooper-Paare sind Bosonen und unterliegen deshalb nicht dem Pauli-Prinzip. Sie können deshalb alle den energetisch tiefsten Energiezustand einnehmen (*Bose-Einstein-Kondensation*). Zwischen den Energieniveaus der Elektronen im normal- und im supraleitenden Bereich bildet sich eine Energielücke aus, die der Bindungsenergie der Cooper-Paare entspricht. Sie hat ihren maximalen Wert für  $T = 0$  und verschwindet, wenn die supraleitende Phase verlassen wird.

Im stromlosen Fall ist der Impuls der Cooper-Paare Null. Bei Stromfluß erhalten alle Cooper-Paare einen endlichen Impuls. Wir betrachten nur die den Cooper-Paaren zuzuordnenden Materiewellen. Da die Cooper-Paare alle den gleichen Impuls besitzen, sind die Wellenlängen  $\lambda = h/p$  für alle Cooper-Paare gleich. Der Impuls der Cooper-Paare ist beliebig genau bestimmbar und damit ihr Ort nach der Heisenbergschen Unschärferelation vollkommen unbestimmt. Die Materiewellen haben in jedem Punkt die gleiche Amplitude. Da die Energien aller Cooper-Paare gleich sind, sind die Kreisfrequenzen aller Materiewellen ebenfalls gleich. Außerdem erfordert die aus der Bose-Einstein-Kondensation der Cooper-Paare abzuleitende Übereinstimmung aller zustandsbestimmenden Parameter eine strenge Phasenkorrelation der Materiewellen. Damit sind die Materiewellen aller Cooper-Paare kohärent. Man spricht kurz von kohärenten Cooper-Paaren. Im niedrigsten Energiezustand bilden deshalb die Leitungselektronen eines Supraleiters ein kohärentes Materiewellenfeld von Cooper-Paaren. Das Elektronensystem des Supraleiters befindet sich dann im Zustand sowohl niedrigster Energie als auch niedrigster Entropie. Dieser Zustand kann durch die Zuführung einer Energie gestört werden, die kleiner als die Bindungsenergie der Cooper-Paare ist. Dann kommt es zum verlustlosen Fließen des Stromes.

## 1.5 Flußschläuche in Supraleitern 2. Art

Eine Erklärung für das Entstehen von Flußschläuchen bei Supraleitern 2. Art kann durch die *Flußquantisierung* gegeben werden, also durch die Tatsache, daß der magnetische Fluß in einem von normalleitenden Bereich des Supraleiters quantisiert ist. (Dies rührt von der Quantisierung der „Umläufe“ der Cooper-Paare um ein Loch im Supraleiter her analog zur Quantisierung des Bahndrehimpulses eines Elektrons im Feld eines Atomkerns) Ähnlich wie die Phasenfläche Flüssigkeitsdampf besitzt auch die Phasenfläche zwischen der supra- und der normalleitenden Phase eine Grenzflächenenergie. Für Supraleiter 1. Art ist sie positiv, für Supraleiter 2. Art dagegen negativ. Damit ist die Phasenfläche des Supraleiters 1. Art eine Minimalfläche, die des Supraleiters 2. Art eine Maximalfläche. Eine minimale Phasenfläche wird erreicht, wenn der Supraleiter nur aus der supraleitenden Phase besteht, d. h., wenn in der supraleitenden Phase in seinem Innern einheitlich  $B = 0$  gilt. Eine maximale Phasenfläche fordert dagegen eine Aufspaltung des Supraleiters in möglichst viele normal- und supraleitende Bezirke. Die maxi-

male Phasenfläche ist dann erreicht, wenn der jeweilige magnetische Fluß in den normalleitenden Bereichen genau einem Flußquant  $\Phi_0$  entspricht.

## 2 Meßergebnisse

### 2.1 Magnetische Levitation mit Supraleitern

#### 2.1.1 Durchführung

Zunächst wurde ein starker, jedoch leichter Permanentmagnet auf einen Supraleiter oberhalb dessen Sprungtemperatur gelegt. Die anschließende Abkühlung unter die Sprungtemperatur  $T_c$  des Supraleiters bewirkte eine Levitation des Permanentmagneten. Danach wurde der Magnet entfernt und vorsichtig wieder in die Nähe des Supraleiters gebracht. Auch hierbei konnte man die Levitation des Permanentmagneten beobachten, jedoch war die Schwebehöhe deutlich größer. Wurde der Magnet jedoch mit zusätzlicher Kraft näher an den Supraleiter gebracht, entsprach seine Schwebehöhe wieder in etwa der des ersten Versuchs.

#### 2.1.2 Erklärung

Da es sich um einen Supraleiter 2. Art handelt, erklärt sich das Meßergebnis leicht mit Hilfe von 1.5. Wird der Permanentmagnet vorsichtig in die Nähe des Supraleiters gebracht, so entspricht das einem zunehmenden Magnetfeld  $H$ , die Magnetisierung  $M$  läuft dabei im Bereich  $H < H_{c1}$  linear (idealer Diamagnet). Ab einer bestimmten Magnetisierung erfolgt die Levitation. Dies entspricht dem Verlauf links von  $H_{c1}$  in Abbildung 2. Liegt der Permanentmagnet von Anfang an auf dem Supraleiter, so herrscht im Inneren des noch normalleitenden Supraleiters ein relativ hohes Magnetfeld. Beim Unterschreiten der Sprungtemperatur bilden sich somit Flußschläuche aus. Die Magnetisierung des Supraleiters ist somit geringer als im idealen diamagnetischen Zustand, die Schwebehöhe wird somit geringer.

Für einen Supraleiter 1. Art sollte sich jeweils dieselbe Schwebehöhe einstellen, da dieser im supraleitenden Zustand immer einem idealen Diamagneten entspricht.

### 2.2 Magnetische Suszeptibilität

#### 2.2.1 Durchführung

Bei diesem Versuch wurde das Abschirmverhalten einer  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ -Probe mit Hilfe einer Induktionsmeßbrücke bestimmt. Die Probe und die Spulen befanden sich dabei in einem verschlossenen Behälter.

Der Widerstand des Platinthermometers bei der Sprungtemperatur betrug  $25.94 \Omega$  und damit errechnet sich eine Sprungtemperatur von  $90.56 \text{ K}$ . Auffallend

B	$T_c$
0	3.45
50	3.42
100	3.20
150	3.05
200	2.78
250	2.73

Tabelle 1: Meßergebnisse der Sprungtemperaturen von Indium

war, daß die Kurven bei Abkühlung und Erwärmung eine Differenz zeigten. Diese läßt sich jedoch recht einfach mit Verzögerungen beim Temperatúrausgleich der gekapselten Probe erklären.

### 2.2.2 Erklärung

In diesem Versuch kam die 2. spezifische Eigenschaft eines Supraleiters zum Tragen. Nach Unterschreiten der Sprungtemperatur wird das magnetische Feld aus seinem Inneren verdrängt. Diesen Vorgang konnten wir mit Hilfe der eingebauten Spulen und einem angelegten Wechselstrom in der Erregerspule nachweisen.

## 2.3 $T_c(B)$ von Indium

### 2.3.1 Durchführung

Wir bestimmten die Sprungtemperatur von Indium in Abhängigkeit eines angelegten Magnetfeldes. Dazu wurde bei einem bestimmten Magnetfeld die Probe abgekühlt bis ein Sprung in der Thermometerwiderstand-Magnetfeld-Aufzeichnung am x-y-Schreiber sichtbar war. Der Widerstand am verwendeten Cernox-Thermometer wurde mit Hilfe einer vorhandenen Tabelle in Kelvin umgerechnet. Die sich ergebenden Meßwerte sind aus Tabelle 1 ersichtlich. Aus diesen Meßwerten ergibt sich das Verhältnis von  $T_c$  zu  $B$  welches in Abbildung 3 ersichtlich ist.

### 2.3.2 Erklärung

Wie in 1.4 gezeigt wird, läßt sich der Zustand eines Supraleiters anhand von  $T$  und  $H$  bestimmen. Das  $H$ - $T$ -Diagramm ist ein Phasendiagramm des Supraleiters. Zur Verbreiterung des Übergangs bei der Sprungtemperatur konnte ich leider keine befriedigende Erklärung finden, abgesehen von der Tatsache, daß das Cernox-Thermometer nicht den realen Verlauf der Temperatur wiedergibt. Nach der BCS-Theorie sollten alle Cooper-Paare denselben Impuls besitzen, und somit ab einem Grenzwert des zugefügten Impulses (Magnetfeld / Strom) gleichzeitig ihre Bindung verlieren.

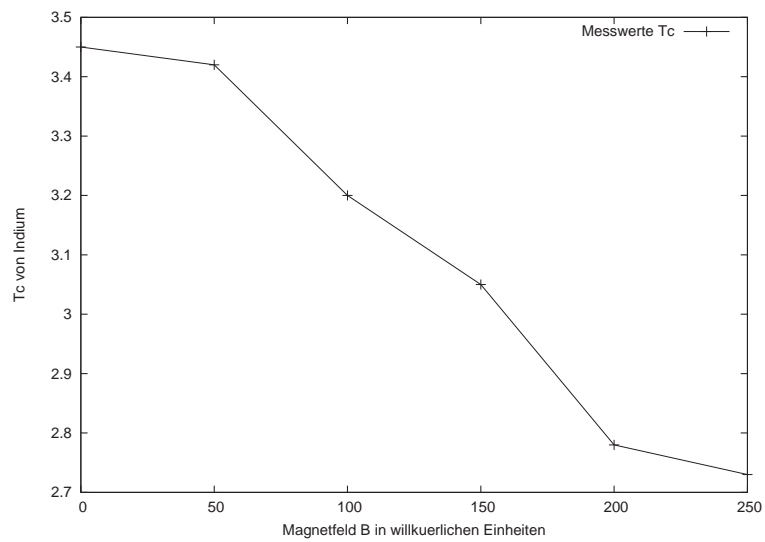


Abbildung 3:  $T_c(B)$  für Indium