

Formelsammlung zur Vorlesung Formale Sprachen / Automatentheorie

Tobias Radloff

20. Februar 2002

Zusammenfassung

Diese Formelsammlung enthält sämtliche Definitionen, Sätze, Lemmata und Corollare aus dem Wotschke-Skript zur gleichnamigen Vorlesung, jedoch keine Beweise und Bemerkungen.

1 Einführung in die AFL-Theorie

1.1 a -Transducer, AFLs und Semi-AFLs

Definition 1.1.1 (AFLs) Eine AFL (Abstract Family of Languages) ist eine Familie von Sprachen, die mindestens eine nichtleere Sprache enthält und unter Vereinigung, Konkatenation, Kleene $+$, nichtlöschendem Homomorphismus, inversem Homomorphismus und Schnitt mit regulären Mengen abgeschlossen ist.

Eine volle AFL ist eine AFL, die unter Homomorphismus abgeschlossen ist.

Definition 1.1.2 Sei \mathcal{L} eine Familie von Sprachen. Dann ist $\mathcal{F}(\mathcal{L})$ die kleinste AFL, die \mathcal{L} enthält, und $\hat{\mathcal{F}}(\mathcal{L})$ die kleinste volle AFL, die \mathcal{L} enthält.

Definition 1.1.3 Wenn es eine Sprache L mit $\mathcal{L} = \mathcal{F}(L)$ gibt, dann ist \mathcal{L} eine principal AFL und L heißt Generator von \mathcal{L} .

Wenn $\mathcal{L} = \hat{\mathcal{F}}(L)$, dann ist \mathcal{L} eine full principal AFL und L heißt voller Generator von \mathcal{L} .

Definition 1.1.4¹

Seien \mathcal{R}_0 die Familie der ϵ -freien regulären Mengen und \mathcal{R} die der regulären Mengen. Dann gilt:

- \mathcal{R}_0 ist eine principal AFL, die durch eine ϵ -freie reguläre Menge erzeugt wird;
- \mathcal{R} ist eine principal AFL, die durch eine reguläre Menge erzeugt wird, die ϵ enthält;

¹Anmerkung: Dies sind keine Definitionen im strengen Sinne, sondern Sätze bzw. Lemmata, deren Beweise im Skript nicht erbracht wird.

- \mathcal{R} ist eine volle principal AFL;
- jede reguläre Menge ist ein voller Generator von \mathcal{R} .

Definition 1.1.5 (Substitution) Sei $\tau(a)$, $a \in \Sigma$ eine Sprache und $L \subseteq \Sigma_1^*$. Dann wird $\tau(L)$ aus L wie folgt gebildet:

$$\begin{aligned}\tau(\epsilon) &= \{\epsilon\} \\ \tau(\{a_1 \dots a_n\}) &= \tau(a_1) \dots \tau(a_n) \text{ für } a_1, \dots, a_n \in \Sigma_1 \\ \tau(L) &= \bigcup_{w \in L} \tau(\{w\}) \text{ für } L \subseteq \Sigma_1^*\end{aligned}$$

- τ ist eine Substitution.
- $\tau(L)$ ist eine Substitution in L .
- Falls kein $\tau(a)$ das leere Wort ϵ enthält, ist eine τ eine ϵ -freie Substitution.
- Falls $\tau(a) \in \mathcal{L}$ für alle a , ist τ eine \mathcal{L} -Substitution.

Für zwei Sprachfamilien \mathcal{L}_1 und \mathcal{L}_2 gilt:

- $\mathcal{L}_1 \sigma \mathcal{L}_2 = \{\tau(L) \mid L \in \mathcal{L}_1, \tau \text{ ist eine } \epsilon\text{-freie } \mathcal{L}_2\text{-Substitution}\}$
- $\mathcal{L}_1 \hat{\sigma} \mathcal{L}_2 = \{\tau(L) \mid L \in \mathcal{L}_1, \tau \text{ ist eine } \mathcal{L}_2\text{-Substitution}\}$

Für eine Sprachfamilie \mathcal{L} gilt:

- \mathcal{L} ist abgeschlossen unter Substitution durch \mathcal{L}_2 in \mathcal{L}_1 falls $\mathcal{L}_1 \hat{\sigma} \mathcal{L}_2 \subseteq \mathcal{L}$;
- \mathcal{L} ist abgeschlossen unter ϵ -freier Substitution durch \mathcal{L}_2 in \mathcal{L}_1 falls $\mathcal{L}_1 \sigma \mathcal{L}_2 \subseteq \mathcal{L}$;
- \mathcal{L} ist abgeschlossen unter Substitution durch \mathcal{L}_1 falls $\mathcal{L} \hat{\sigma} \mathcal{L}_1 \subseteq \mathcal{L}$;
- \mathcal{L} ist abgeschlossen unter ϵ -freier Substitution durch \mathcal{L}_1 falls $\mathcal{L} \sigma \mathcal{L}_1 \subseteq \mathcal{L}$;
- \mathcal{L} ist abgeschlossen unter Substitution durch \mathcal{L}_1 falls \mathcal{L} abgeschlossen ist unter Substitution von \mathcal{L}_1 in \mathcal{L} ;
- \mathcal{L} ist abgeschlossen unter ϵ -freier Substitution durch \mathcal{L}_1 falls \mathcal{L} abgeschlossen ist unter ϵ -freier Substitution von \mathcal{L}_1 in \mathcal{L} ;
- \mathcal{L} ist abgeschlossen unter Substitution falls $\mathcal{L} \hat{\sigma} \mathcal{L} \subseteq \mathcal{L}$;
- \mathcal{L} ist abgeschlossen unter ϵ -freier Substitution falls $\mathcal{L} \sigma \mathcal{L} \subseteq \mathcal{L}$;

Corollar 1 \mathcal{R}_0 ist unter ϵ -freier Substitution abgeschlossen. \mathcal{R} und \mathcal{C} sind unter Substitution abgeschlossen.

Satz 1.1.1 (Substitution von AFLs in \mathcal{R})

- Jede AFL ist unter Substitution in ϵ -freie reguläre Mengen abgeschlossen;

- jede AFL, die $\{\epsilon\}$ enthält, ist unter Substitution in reguläre Mengen abgeschlossen.
- Für eine ϵ -freie AFL \mathcal{L} gilt: $\mathcal{L} = \mathcal{R}_0 \hat{\sigma} \mathcal{L} = \mathcal{R}_0 \sigma \mathcal{L}$
- Für eine AFL \mathcal{L} , die $\{\epsilon\}$ enthält, gilt: $\mathcal{L} = \mathcal{R}_0 \hat{\sigma} \mathcal{L} = \mathcal{R} \hat{\sigma} \mathcal{L} = \mathcal{R} \sigma \mathcal{L}$

Corollar 2 Jede AFL enthält alle ϵ -freien Mengen; jede AFL, die $\{\epsilon\}$ enthält, enthält alle regulären Mengen.

Definition 1.1.6 (a-Transducer) Ein a-Transducer ist ein 6-Tupel

$$M = (K, \Sigma_1, \Delta, H, q_0, F)$$

mit folgenden Elementen:

- K ist eine endliche Zustandsmenge, $q_0 \in K$, $F \subseteq K$
- Σ_1 ist ein endliches Eingabealphabet
- Δ ist ein endliches Ausgabealphabet
- H ist eine endliche Teilmenge von $K \times \Sigma_1^* \times \Delta^* \times K$

Die Funktion γ_M von $K \times \Sigma_1^* \times K$ in die Teilmengen von Δ^* sei mit M wie folgt assoziiert:

$$\begin{aligned} \gamma_M(q, w, q') &= \{x_1 \dots x_n \mid \exists (q_i, w_i, x_i, q_{i+1}) \in H, \\ &\quad 1 \leq i \leq n, q_1 = q, q_{n+1} = q', w = w_1 \dots w_n\} \\ M(\epsilon) &= \bigcup_{f \in F} \gamma_M(q_0, \epsilon, f) \cup \{\epsilon \mid q_0 \in F\} \\ M(w) &= \bigcup_{f \in F} \gamma_M(q_0, w, f) \text{ für } w \neq \epsilon \end{aligned}$$

Für eine Sprache L seien

$$\begin{aligned} M(L) &= \bigcup_{w \in L} M(w) \\ M^{-1}(L) &= \{w \mid M(w) \cap L \neq \emptyset\} \end{aligned}$$

Definition 1.1.7 Sei $M = (K, \Sigma_1, \Delta, H, q_0, F)$ ein a-Transducer.

- M ist ϵ -ausgabefrei falls $H \subseteq K \times \Sigma_1^* \times \Delta^+ \times K$
- M ist ϵ -eingabefrei falls $H \subseteq K \times \Sigma_1^+ \times \Delta^* \times K$
- M ist 1-bounded falls $H \subseteq K \times (\Sigma_1 \cap \{\epsilon\}) \times (\Delta \cap \{\epsilon\}) \times K$

- M ist ϵ -ausgabebegrenzt falls ein $k \geq 0$ existiert, so daß $\epsilon \notin \gamma_M(q, w, q')$ für $|w| > k$
- M ist ϵ -eingabebegrenzt falls ein $k \geq 0$ existiert, so daß $w \in \gamma_M(q, e, q') \Rightarrow |w| \leq k$

Lemma 1.1.1 Für einen a -Transducer M gibt es einen a -Transducer \bar{M} mit $M(w) = \bar{M}^{-1}(w)$ und $\bar{M}(w) = M^{-1}(w)$ für alle w ; weiterhin ist \bar{M} ϵ -aus(ein)-gabebegrenzt (frei) genau dann, wenn M ϵ -ein(aus)gabebe grenzt(frei) ist, und \bar{M} ist 1-bounded falls M 1-bounded ist.

Lemma 1.1.2 Wenn M ein ϵ -aus(ein)gabebegrenzter a -Transducer ist, existiert ein ϵ -aus(ein)gabefreier a -Transducer \bar{M} mit $M(w) \setminus \{\epsilon\} = \bar{M}(w) \setminus \{\epsilon\}$ für alle $w \neq \epsilon$.

Lemma 1.1.3 Sei M ein a -Transducer. Dann existiert ein a -Transducer \bar{M} , so daß überall $M(w) = \bar{M}(w)$ gilt, \bar{M} 1-bounded ist und \bar{M} ϵ -aus(ein)gabebegrenzt ist, falls M ϵ -aus(ein)gabebegrenzt ist.

Lemma 1.1.4 Seien M_1 und M_2 a -Transducer. Es existiert ein a -Transducer M_3 mit $M_3(w) = M_2(M_1(w))$ für alle w ; M_3 ist ϵ -aus(ein)gabefrei falls M_1 und M_2 beide ϵ -aus(ein)gabefrei sind.

Definition 1.1.8 (Semi-AFLs) Eine Semi-AFL (auch: Trio) ist eine Sprachfamilie, die mindestens eine nichtleere Sprache enthält und unter nichtlöschen-dem Homomorphismus, inversem Homomorphismus und Schnitt mit regulären Mengen abgeschlossen ist.

Eine volle Semi-AFL ist eine unter Homomorphismus abgeschlossene Semi-AFL.

Satz 1.1.2 (Semi-AFLs und a -Transducer) Eine nichttriviale Familie von Sprachen ist unter Abbildung durch einen a -Transducer genau dann abgeschlossen, wenn sie eine volle Semi-AFL ist.

Eine nichttriviale Familie von Sprachen ist unter Abbildung durch einen ϵ -ausgabefreien a -Transducer genau dann abgeschlossen, wenn sie eine Semi-AFL ist.

Corollar 3 Jede AFL ist unter Abbildung durch einen ϵ -ausgabefreien a -Transducer abgeschlossen; jede volle AFL ist unter Abbildung durch einen a -Transducer abgeschlossen.

Corollar 4 Wenn R regulär und M ein a -Transducer ist, ist $M(R)$ regulär.

Corollar 5 Wenn L kontextfrei und M ein a -Transducer ist, ist $M(L)$ kontextfrei.

Definition 1.1.9 Für eine nichttriviale Sprachfamilie \mathcal{L} ist

$$\mathcal{M}(\mathcal{L}) = \{M(L) \mid L \in \mathcal{L}, M \text{ ist ein } \epsilon\text{-ausgabefreier } a\text{-Transducer}\}$$

$$\hat{\mathcal{M}}(\mathcal{L}) = \{M(L) \mid L \in \mathcal{L}, M \text{ ist ein } a\text{-Transducer}\}$$

Satz 1.1.3 Sei \mathcal{L} eine nichttriviale Sprachklasse.

1. Die folgenden Aussagen für eine Sprachklasse \mathcal{L}_1 sind äquivalent:

- (a) \mathcal{L}_1 ist die kleinste Semi-AFL, die \mathcal{L} enthält.
- (b) \mathcal{L}_1 ist der Abschluß von \mathcal{L} unter Abbildung durch ϵ -ausgabefreie a -Transducer.
- (c) $\mathcal{L}_1 = \mathcal{M}(\mathcal{L})$
- (d) $\mathcal{L}_1 = \{h_2(h_1^{-1}(L) \cap R) \mid L \in \mathcal{L}, h_1 \text{ Homomorphismus, } h_2 \text{ nichtlöschender Homomorphismus}\}$

2. Die folgenden Aussagen für eine Sprachklasse \mathcal{L}_2 sind äquivalent:

- (a) \mathcal{L}_2 ist die kleinste volle Semi-AFL, die \mathcal{L} enthält.
- (b) \mathcal{L}_2 ist der Abschluß von \mathcal{L} unter Abbildung durch a -Transducer.
- (c) $\mathcal{L}_2 = \hat{\mathcal{M}}(\mathcal{L})$
- (d) $\mathcal{L}_2 = \{h_2(h_1^{-1}(L) \cap R) \mid L \in \mathcal{L}, h_1 \text{ und } h_2 \text{ Homomorphismen}\}$

Corollar 6 Falls \mathcal{L} eine Semi-AFL, $L \in \mathcal{L}$ und M ein ϵ -ausgabegrenzter a -Transducer ist, dann ist $M(L) \setminus \{\epsilon\}$ in \mathcal{L} .

Corollar 7 Falls \mathcal{L} eine Semi-AFL ist, dann ist $\mathcal{R}_0 \subseteq \mathcal{L}$; für $\{\epsilon\} \in \mathcal{L}$ gilt $\mathcal{R} \subseteq \mathcal{L}$.

Corollar 8 Für eine ϵ -freie reguläre Menge R gilt $\mathcal{M}(R) = \mathcal{R}_0$; falls $R \in \mathcal{L}$ enthält, gilt $\mathcal{M}(R) = \mathcal{R}$.

Corollar 9 Für eine ϵ -freie reguläre Menge R und ein Wort w existiert ein ϵ -ausgabefreier a -Transducer M mit $R = M(w)$; falls R regulär ist, existiert ein ϵ -ausgabefreier a -Transducer M mit $R = M(\epsilon)$.

Definition 1.1.10 Falls $\mathcal{L} = \mathcal{M}(L)$ für ein $L \in \mathcal{L}$, dann ist \mathcal{L} eine principal Semi-AFL; falls $\mathcal{L} = \hat{\mathcal{M}}(L)$, ist \mathcal{L} eine volle principal Semi-AFL.

Definition 1.1.11 (Links- und Rechtsquotient von Sprachen) Für Sprachen L_1 und L_2 seien die Operationen Links- und Rechtsquotient wie folgt definiert:

$$L_1/L_2 = \{x \mid \exists y \in L_2, xy \in L_1\} \text{ ist der Rechtsquotient von } L_1 \text{ durch } L_2.$$

$$L_2 \setminus L_1 = \{x \mid \exists y \in L_2, yx \in L_1\} \text{ ist der Linksquotient von } L_1 \text{ durch } L_2.$$

Satz 1.1.4 (Abschlußeigenschaften von Semi-AFLs)

1. Eine Semi-AFL ist abgeschlossen unter:

- Substitution durch ϵ -freie reguläre Mengen,
- Schnitt mit regulären Mengen,
- Abbildung durch ϵ -ausgabefreie begrenzte a -Transducer (ohne ϵ) und

- *Konkatenation und Vereinigung mit regulären Mengen.*
2. *Eine principal Semi-AFL ist zusätzlich abgeschlossen unter Vereinigung.*
 3. *Eine volle Semi-AFL ist zusätzlich abgeschlossen unter:*
 - *Substitution durch beliebige reguläre Mengen und*
 - *Quotienten mit regulären Mengen.*

Corollar 10 *Eine volle AFL ist abgeschlossen unter Quotienten mit regulären Mengen.*

Corollar 11 *Die Klasse der regulären Mengen ist unter Quotienten mit regulären Mengen abgeschlossen.*

Corollar 12 *Die Klasse der kontextfreien Sprachen ist unter Quotienten mit regulären Mengen abgeschlossen.*

Corollar 13 *Für eine AFL \mathcal{L} gilt $\mathcal{L} = \mathcal{L} \sigma \mathcal{R}$. Für eine volle AFL \mathcal{L} gilt $\mathcal{L} = \mathcal{L} \hat{\sigma} \mathcal{R}$.*

1.2 Charakterisierung von AFLs

Lemma 1.2.1 *Seien \mathcal{L}_1 und \mathcal{L}_3 Sprachfamilien und \mathcal{L}_2 eine unter längenerhaltendem eins-zu-eins-Homomorphismus abgeschlossene Sprachfamilie. Dann gilt:*

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_1 \sigma (\mathcal{L}_2 \sigma \mathcal{L}_3) &= (\mathcal{L}_1 \sigma \mathcal{L}_2) \sigma \mathcal{L}_3 \\ \mathcal{L}_1 \hat{\sigma} (\mathcal{L}_2 \hat{\sigma} \mathcal{L}_3) &= (\mathcal{L}_1 \hat{\sigma} \mathcal{L}_2) \hat{\sigma} \mathcal{L}_3 \end{aligned}$$

Definition 1.2.1 *Ein Homomorphismus h heißt ϵ -beschränkt auf einer Sprache L , falls ein $k \geq 0$ existiert mit $(xyz \in L \wedge h(y) = \epsilon) \Rightarrow |y| \leq k$*

Corollar 14 *Sei \mathcal{L} eine Semi-AFL, $L \in \mathcal{L}$ und h ein ϵ -beschränkter Homomorphismus auf L . Dann gilt $h(L) \setminus \{\epsilon\} \in \mathcal{L}$.*

Lemma 1.2.2 *Sei \mathcal{L} eine Sprachklasse, die mindestens eine Menge $\{c, \epsilon\}$ enthält und unter Substitution durch ϵ -freie reguläre Mengen, Schnitt mit regulären Mengen und ϵ -beschränkten Homomorphismen abgeschlossen ist. Dann ist \mathcal{L} unter inversen Homomorphismen abgeschlossen.*

Corollar 15 *Sei \mathcal{L} eine nichttriviale, ϵ -freie Sprachklasse, die unter Substitution durch ϵ -freie reguläre Mengen und Schnitt mit regulären Mengen abgeschlossen ist. Sei weiterhin $h(L) \setminus \{\epsilon\} \in \mathcal{L}$ falls $L \in \mathcal{L}$ und h auf L ϵ -beschränkt ist. Dann ist \mathcal{L} unter inversen Homomorphismen abgeschlossen.*

Satz 1.2.1 *Sei \mathcal{L} eine Sprachfamilie.*

1. \mathcal{L} ist eine volle AFL genau dann, wenn \mathcal{L} mindestens eine Menge $\{c\}$ mit festem c enthält und unter Substitution in, Substitution durch und Schnitt mit regulären Mengen abgeschlossen ist.
2. \mathcal{L} ist eine AFL, die $\{\epsilon\}$ enthält, genau dann, wenn \mathcal{L} mindestens eine Menge $\{c, \epsilon\}$, $c \neq \epsilon$ enthält und unter Substitution in und Schnitt mit regulären Mengen, Substitution durch ϵ -freie reguläre Mengen und unter ϵ -beschränkten Homomorphismen abgeschlossen ist.
3. \mathcal{L} ist eine ϵ -freie AFL genau dann, wenn \mathcal{L} ϵ -frei und nichttrivial ist, unter Schnitt mit regulären Mengen sowie Substitution in und Substitution durch ϵ -freie reguläre Mengen abgeschlossen ist und für alle auf L ϵ -beschränkten Homomorphismen, $L \in \mathcal{L}$, die Menge $h(L) \setminus \{\epsilon\}$ enthält.

Satz 1.2.2 (AFL-Zerlegungssatz) Für eine nichttriviale Sprachfamilie \mathcal{L} gilt:

$$\begin{aligned}\mathcal{F}(\mathcal{L}) &= \mathcal{R}_0 \hat{\sigma} \mathcal{M}(\mathcal{L}) \\ \hat{\mathcal{F}}(\mathcal{L}) &= \mathcal{R}_0 \hat{\sigma} \hat{\mathcal{M}}(\mathcal{L})\end{aligned}$$

Corollar 16 Für eine Sprache $L \neq \emptyset$ gilt:

$$\begin{aligned}\mathcal{F}(L) &= \mathcal{R}_0 \hat{\sigma} \mathcal{M}(L) \\ \hat{\mathcal{F}}(L) &= \mathcal{R}_0 \hat{\sigma} \hat{\mathcal{M}}(L)\end{aligned}$$

Definition 1.2.2 Für eine Sprachfamilie \mathcal{L} sei

$$\begin{aligned}\mathcal{H}(\mathcal{L}) &= \{h(L) \mid L \in \mathcal{L}, h \text{ nichtlöschender Homomorphismus}\} \\ \hat{\mathcal{H}}(\mathcal{L}) &= \{h(L) \mid L \in \mathcal{L}, h \text{ Homomorphismus}\}\end{aligned}$$

Satz 1.2.3 Für eine Sprachfamilie \mathcal{L} gilt

$$\hat{\mathcal{F}}(\mathcal{L}) = \hat{\mathcal{H}}(\mathcal{F}(\mathcal{L}))$$

Corollar 17 Für eine Sprachfamilie \mathcal{L} gilt $\hat{\mathcal{M}}(\mathcal{L}) = \hat{\mathcal{H}}(\mathcal{M}(\mathcal{L}))$.

Corollar 18 Für eine Sprache L gilt $\hat{\mathcal{F}}(L) = \hat{\mathcal{H}}(\mathcal{F}(L))$.

Corollar 19 Für eine Sprache L gilt $\hat{\mathcal{M}}(L) = \hat{\mathcal{H}}(\mathcal{M}(L))$.

Corollar 20 Sei \mathcal{L} eine Sprachfamilie. Für $L \in \hat{\mathcal{M}}(\mathcal{L})$ existieren eine Sprache $L' \in \mathcal{M}(\mathcal{L})$, ein Symbol c und ein Homomorphismus h mit $h(c) = \epsilon$, $h(a) = a$ sonst, so daß $L = h(L')$.

Corollar 21 Sei \mathcal{L} eine Sprachfamilie. Für $L \in \hat{\mathcal{F}}(\mathcal{L})$ existieren eine Sprache $L' \in \mathcal{F}(\mathcal{L})$ und ein Symbol c , so daß $L = h(L')$. Dabei ist h der Homomorphismus, der c löscht und überall sonst die Identität ist.

2 Automaten mit endlicher Zustandskontrolle

2.1 AFAs (Abstract Families of Automata)

Definition 2.1.1 (AFA-Schema) Ein AFA-Schema ist ein Quadrupel $\Omega = (\Gamma, I, f, g)$ mit folgenden Elementen:

1. Γ ist eine Menge von Speichersymbolen;
2. I ist eine Menge von Anweisungen;
3. g ist eine partielle Funktion von Γ^* nach Γ^* , genannt die Speicherinformationsfunktion;
4. f ist eine partielle Funktion von $\Gamma^* \times I$ nach Γ^* , genannt die Speicherüberföhrungsfunktion;
5. f und g erfüllen folgende Einschränkungen:
 - (a) $g(x) = \epsilon \Leftrightarrow x = \epsilon$
 - (b) Für jedes $\gamma \in g(\Gamma^*)$ existiert ein $u_\gamma \in I$ so daß $g(x) = \gamma \Rightarrow f(x, u_\gamma) = x$.
 - (c) Für jedes $u \in I$ existiert eine endliche Menge $\Gamma_u \subseteq \Gamma$ so daß $x \in \Gamma_I^* \Rightarrow f(x, u) \in (\Gamma_u \cup \Gamma_I)^*$.

Definition 2.1.2 Ein AFA-Schema $\Omega = (\Gamma, I, f, g)$ heißt endlich codiert, wenn $I \cup g(\Gamma^*)$ endlich ist.

Definition 2.1.3 (AFA) Gegeben sei eine feste abzählbar unendliche Menge von Zuständen K und eine feste unendliche Menge von Eingabesymbolen Σ . Eine AFA (Abstract Family of Automata) ist ein Paar (Ω, \mathcal{D}) (oder einfach nur \mathcal{D}) mit den Eigenschaften:

1. $\Omega = (\Gamma, I, f, g)$ ist ein AFA-Schema.
2. \mathcal{D} ist die Klasse aller Akzeptoren $D = (K_1, \Sigma_1, \delta, q_0, F_1)$ mit
 - (a) $K_1 \subset K$ ist eine endliche Menge von Zuständen, $q_0 \in K_1$ und $F_1 \subseteq K_1$
 - (b) $\Sigma_1 \subset \Sigma$ ist eine endliche Menge von Eingabesymbolen
 - (c) δ ist eine Funktion von $K_1 \times (\Sigma_1 \cup \{\epsilon\}) \times g(\Gamma^*)$ in die endlichen Teilmengen von $K_1 \times I$ so daß

$$G_D = \{\gamma \mid \exists q \in K_1, a \in (\Sigma_1 \cup \{\epsilon\}) : \delta(q, a, \gamma) \neq \emptyset\}$$

endlich ist.

Definition 2.1.4 Eine Momentanbeschreibung von D ist ein Element von $K_1 \times \Sigma_1^* \times \Gamma^*$.

Definition 2.1.5 Die Relation \vdash_D sei für Momentanbeschreibungen von D wie folgt definiert: Falls $(q', u) \in \delta(q, a, \gamma)$, $g(x) = \gamma$, $f(x, u)$ definiert ist und $w \in \Sigma_1^*$, dann ist $(q, aw, x) \vdash_D (q', w, f(x, u))$.

Seien C , C' und C'' Momentanbeschreibungen. Dann ist $C \vdash_D^0 C$. Falls $C \vdash_D^n C'$ und $C' \vdash_D C''$, dann ist $C \vdash_D^{n+1} C''$. Falls $C \vdash_D^n C'$ für ein $n \geq 0$, dann gilt $C \vdash_D^* C'$.

Definition 2.1.6 Ein Akzeptor D erkennt die Sprache

$$L(D) = \{w \mid \exists f \in F_1, (q_0, w, \epsilon) \vdash_D^* (f, \epsilon, \epsilon)\}$$

Definition 2.1.7 Ein Akzeptor D läuft in Quasirealzeit, wenn ein k existiert, so daß für alle q, q', x, x' gilt: $(q, \epsilon, x) \vdash_D^n (q', \epsilon, x') \Rightarrow n \leq k$.

D ist ϵ -frei falls $\delta(q, \epsilon, \gamma) = \emptyset$ (undefiniert) für alle $q \in K_1, \gamma \in G_D$.

Definition 2.1.8

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\mathcal{D}) &= \{L(D) \mid D \in \mathcal{D}\} \\ \mathcal{L}^t(\mathcal{D}) &= \{L(D) \mid D \in \mathcal{D}, D \text{ läuft in Quasirealzeit}\} \end{aligned}$$

Definition 2.1.9 Die reguläre AFA ist die AFA $(\Omega_R, \mathcal{D}_R)$, $\Omega_R = (\emptyset, \{\epsilon\}, f_R, g_R)$ mit wie folgt definierten Funktionen:

$$f_R(\epsilon, \epsilon) = g_R(\epsilon) = \epsilon$$

Definition 2.1.10 Die PDA-AFA ist die AFA $(\Omega_P, \mathcal{D}_P)$, $\Omega_P = (\Gamma, \Gamma^*, f_P, g_P)$ mit wie folgt definierten Funktionen:

$$\begin{aligned} f_P(\epsilon, u) &= u \text{ für } u \in \Gamma^* \\ f_P(Ax, u) &= ux \text{ für } A \in \Gamma, x, u \in \Gamma^* \\ g_P(\epsilon) &= \epsilon \\ g_P(Ax) &= A \text{ für } A \in \Gamma, x, u \in \Gamma^* \end{aligned}$$

Definition 2.1.11 Ist (Ω, \mathcal{D}) eine AFA mit $\mathcal{L}^t(\mathcal{D}) = \mathcal{L}$, dann ist (Ω, \mathcal{D}) eine Repräsentation von (repräsentiert) \mathcal{L} .

Ist (Ω, \mathcal{D}) eine AFA mit $\mathcal{L}(\mathcal{D}) = \mathcal{L}$, dann ist (Ω, \mathcal{D}) eine volle Repräsentation von \mathcal{L} (repräsentiert \mathcal{L} voll).

Corollar 22 $(\Omega_R, \mathcal{D}_R)$ repräsentiert \mathcal{R} und repräsentiert \mathcal{R} voll.

Corollar 23 $(\Omega_P, \mathcal{D}_P)$ repräsentiert $\mathcal{CF}\mathcal{L}$ und repräsentiert $\mathcal{CF}\mathcal{L}$ voll.

Definition 2.1.12 Sind (Ω, \mathcal{D}) , $\Omega = (\Gamma, I, f, g)$ und (Ω', \mathcal{D}') , $\Omega' = (\Gamma', I', f', g')$ beide AFAs, dann ist (Ω', \mathcal{D}') eine Sub-AFA von (Ω, \mathcal{D}) , falls folgende Bedingungen erfüllt sind:

1. $\Gamma' \subseteq \Gamma, I' \subseteq I$
2. Für alle $x \in \Gamma'^*, u \in I'$ gilt $f'(x, u) = f(x, u)$.
3. $\exists H \subseteq g(\Gamma^*)$ so daß für alle $x \in \Gamma'^*$ gilt:

$$g'(x) = \begin{cases} g(x) & \text{falls } g(x) \text{ definiert ist und in } H \text{ liegt} \\ \emptyset & \text{sonst} \end{cases}$$

Corollar 24 Ist (Ω', \mathcal{D}') eine Sub-AFA von (Ω, \mathcal{D}) , dann ist $\mathcal{L}^t(\mathcal{D}') \subseteq \mathcal{L}^t(\mathcal{D})$ und $\mathcal{L}(\mathcal{D}') \subseteq \mathcal{L}(\mathcal{D})$.

Corollar 25 Für jede AFA (Ω, \mathcal{D}) gilt: $\mathcal{R} \subseteq \mathcal{L}^t(\mathcal{D})$.

Definition 2.1.13 Eine AFA (Ω, \mathcal{D}) heißt endlich codiert, falls Ω ein endlich codiertes AFA-Schema ist. Eine AFA (Ω, \mathcal{D}) heißt endlich codierbar wenn es eine endlich codierte Sub-AFA (Ω', \mathcal{D}') mit $\mathcal{L}^t(\mathcal{D}) = \mathcal{L}^t(\mathcal{D}')$ gibt.

2.2 AFA-Sprachen und das AFL-Lemma

Die sechs folgenden Lemmata sind auf eine feste AFA (Ω, \mathcal{D}) , $\Omega = (\Gamma, I, f, g)$ und einen Quasirealzeit-Akzeptor $D = (K_1, \Sigma_1, \delta_1, q_0, F_1)$, $D \in \mathcal{D}$ bezogen.

Lemma 2.2.1 $\mathcal{L}^t(\mathcal{D})$ ist abgeschlossen unter Schnitt mit regulären Mengen.

Lemma 2.2.2 $\mathcal{L}^t(\mathcal{D})$ ist abgeschlossen unter Vereinigung.

Lemma 2.2.3 $\mathcal{L}^t(\mathcal{D})$ ist abgeschlossen unter inversen Homomorphismen.

Lemma 2.2.4 $\mathcal{L}(\mathcal{D})$ ist abgeschlossen unter Homomorphismen, und $\mathcal{L}^t(\mathcal{D})$ ist abgeschlossen unter nichtlöschenden Homomorphismen.

Lemma 2.2.5 $\mathcal{L}^t(\mathcal{D})$ ist abgeschlossen unter Konkatenation.

Lemma 2.2.6 $\mathcal{L}^t(\mathcal{D})$ ist abgeschlossen unter Kleene+.

Satz 2.2.1 Wenn (Ω, \mathcal{D}) eine AFA ist, dann ist $\mathcal{L}^t(\mathcal{D})$ eine AFL, die $\{\epsilon\}$ enthält.

Lemma 2.2.7 Wenn D ein Akzeptor in der AFA \mathcal{D} ist, dann gibt es einen ϵ -freien Akzeptor D' und einen Homomorphismus h mit

1. $L(D) = h(L(D'))$,
2. wenn D in Quasirealzeit läuft, ist h auf $L(D')$ ϵ -beschränkt und
3. es gibt ein Symbol c so daß $h(c) = \epsilon$ und $h(a) = a$ für alle $a \neq c$.

Satz 2.2.2 Sei (Ω, \mathcal{D}) eine AFA. Dann ist $\mathcal{L}(\mathcal{D})$ eine volle AFL und

$$\mathcal{L}(\mathcal{D}) = \hat{\mathcal{H}}(\mathcal{L}^t(\mathcal{D})) = \hat{\mathcal{F}}(\mathcal{L}^t(\mathcal{D}))$$

2.3 Endlich codierte AFAs

Lemma 2.3.1 Sei (Ω, \mathcal{D}) , $\Omega = (\Gamma, I, f, g)$ eine AFA. Falls $\Gamma_0 \subseteq \Gamma$, $I_0 \subseteq I$ und $H \subseteq g(\Gamma^*)$, dann definiert (Γ_0, I_0, H) eine Sub-AFA von \mathcal{D} , $(\Omega_1, \mathcal{D}_1)$, $\Omega_1 = (\Gamma_1, I_1, f_1, g_1)$ so daß folgende Bedingungen gelten:

1. $\Gamma_0 \subseteq \Gamma_1, I_0 \subseteq I_1$,
2. $g_1(x) = g(x)$ für $g(x) \in H \cup \{\epsilon\}$, $g(x) = \emptyset$ sonst,
3. Falls $I_0 \cup H$ endlich ist, ist Ω_1 endlich codiert, und
4. falls D ein Akzeptor aus \mathcal{D} ist, dessen Instruktionen in I_0 liegen und für den $G_D \subseteq H \cup \{\epsilon\}$ gilt, dann ist $D \in \mathcal{D}$.

Corollar 26 Falls D ein Akzeptor ist, der ausschließlich Instruktionen aus I_0 benutzt, dann ist D in der Sub-AFA, die durch (\emptyset, I_0, G_D) beschrieben wird, enthalten und definiert die selbe Sprache.

Lemma 2.3.2 Sei (Ω, \mathcal{D}) eine AFA. Dann gilt:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^t(\mathcal{D}) &= \bigcup_{\mathcal{D}' \text{ endl. cod. Sub-AFA v. } \mathcal{D}} \mathcal{L}^t(\mathcal{D}') \\ \mathcal{L}(\mathcal{D}) &= \bigcup_{\mathcal{D}' \text{ endl. cod. Sub-AFA v. } \mathcal{D}} \mathcal{L}(\mathcal{D}') \end{aligned}$$

Satz 2.3.1 Sei \mathcal{D} eine AFA.

1. Wenn $\mathcal{L}^t(\mathcal{D})$ eine principal AFL ist, dann ist $\mathcal{L}^t(\mathcal{D}) = \mathcal{L}^t(\mathcal{D}')$ für eine endlich codierte Sub-AFA \mathcal{D}' von \mathcal{D} ; das heißt, $\mathcal{L}^t(\mathcal{D})$ hat eine endlich codierte Repräsentation, die eine Sub-AFA von \mathcal{D} ist.
2. Wenn $\mathcal{L}(\mathcal{D})$ eine volle principal AFL ist, dann ist $\mathcal{L}(\mathcal{D}) = \mathcal{L}(\mathcal{D}')$ für eine endlich codierte Sub-AFA \mathcal{D}' von \mathcal{D} ; das heißt, $\mathcal{L}(\mathcal{D})$ hat eine endlich codierte volle Repräsentation, die eine Sub-AFA von \mathcal{D} ist.

Definition 2.3.1 Eine 0-Schritt-Berechnung hat die Spur ϵ .

Ist $(q', u) \in \delta(q, a, \gamma)$, $g(x) = \gamma$ und $f(x, u) \neq \emptyset$, dann ist (γ, u) eine Spur der 1-Schritt-Berechnung $(q, aw, x) \vdash_D (q', w, f(x, u))$.

Ist $(\gamma_1, u_1) \dots (\gamma_n, u_n)$ die Spur einer n -Schritt-Berechnung $C \vdash_D^n C'$, $n \leq 1$ und (γ_{n+1}, u_{n+1}) die Spur der 1-Schritt-Berechnung $C' \vdash_D C''$, dann ist $(\gamma_1, u_1) \dots (\gamma_n, u_n)(\gamma_{n+1}, u_{n+1})$ die Spur der $n+1$ -Schritt-Berechnung $C \vdash_D^{n+1} C''$.

Definition 2.3.2 L_D ist die Menge aller Spuren aller akzeptierenden Berechnungen von D .

Lemma 2.3.3 Sei (Ω, \mathcal{D}) , $\Omega = (\Gamma, I, f, g)$ eine AFA und $D = (K_1, \Sigma_1, \delta, q_0, F_1)$ ein Akzeptor in \mathcal{D} . Wenn $(\gamma_1, u_1) \dots (\gamma_n, u_n)$ die Spur einer Berechnung aus L_D ist, dann ist

1. $\gamma_1 = \epsilon$,
2. $f(\epsilon, u_1 \dots u_n) = \epsilon$ und
3. $\gamma_{i+1} = g(f(\epsilon, u_1 \dots u_i))$ für $1 \leq i \leq n$.

Definition 2.3.3 Sei (Ω, \mathcal{D}) eine endlich codierte AFA. Sei

$$\Sigma_{\mathcal{D}} = \{(\gamma, u) \mid \gamma \in g(\Gamma^*) \text{ und } u \in I\}$$

Der natürliche Generator von \mathcal{D} ist die wie folgt definierte Teilmenge von $\Sigma_{\mathcal{D}}^*$:

$$\begin{aligned} L_{\mathcal{D}} &= \{\epsilon\} \cup \{(\gamma_1, u_1) \dots (\gamma_n, u_n) \mid \gamma_1 = \epsilon = f(\epsilon, u_1 \dots u_n), \\ &\quad \gamma_{i+1} = g(f(\epsilon, u_1 \dots u_i)) \text{ für } 1 \leq i \leq n\} \end{aligned}$$

Corollar 27 Wenn D ein Akzeptor einer endlich codierten AFA \mathcal{D} ist, dann ist $L_D \subseteq L_{\mathcal{D}}$.

Lemma 2.3.4 Sei \mathcal{D} eine endlich codierte AFA. Es existiert ein ϵ -freier Akzeptor $D \in \mathcal{D}$ mit $L(D) = L_D = L_{\mathcal{D}}$.

Corollar 28 $\mathcal{F}(L_{\mathcal{D}}) \subseteq \mathcal{L}^t(\mathcal{D})$.

Lemma 2.3.5 Sei D ein ϵ -freier Akzeptor in einer AFA \mathcal{D} . Es existiert ein ϵ -ausgabefreier a -Transducer M , für den $L(D) = M(L_{\mathcal{D}})$ gilt und, falls \mathcal{D} endlich codiert ist, $L(D) = M(L_{\mathcal{D}})$.

Satz 2.3.2 Für eine endlich codierte AFA \mathcal{D} gilt

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^t(\mathcal{D}) &= \mathcal{F}(L_{\mathcal{D}}) = \mathcal{M}(L_{\mathcal{D}}) \\ \mathcal{L}(\mathcal{D}) &= \hat{\mathcal{F}}(L_{\mathcal{D}}) = \hat{\mathcal{M}}(L_{\mathcal{D}}) \end{aligned}$$

Corollar 29 Wenn \mathcal{D} eine endlich codierte AFA ist, ist $\mathcal{L}^t(\mathcal{D})$ eine principal AFL und eine principal Semi-AFL, und $\mathcal{L}(\mathcal{D})$ ist eine volle principal AFL und eine volle principal Semi-AFL.

2.4 Das Principal AFL-Theorem

Definition 2.4.1 Sei $L \subseteq \Sigma_1^*$ über einem endlichen Alphabet Σ_1 , u_L ein neues Symbol und A ein festes Element von Σ_1 . Seien weiterhin $\Gamma_L = \Sigma_1$, $I_L = \Sigma_1 \cup \{\epsilon, u_L\}$ und

$$\begin{aligned} g_L(\epsilon) &= \epsilon, \\ g_L(x) &= A \text{ für alle } x \in \Sigma_1^+, \\ f_L(x, a) &= xa \text{ für alle } x \in \Sigma_1^+, a \in \Sigma_1 \cup \{\epsilon\}, \\ f_L(x, u_L) &= \epsilon \text{ für alle } x \in L, \\ f_L(x, u_L) &= \emptyset \text{ für alle } x \notin L \end{aligned}$$

Sei $\Omega_L = (\Gamma_L, I_L, f_L, g_L)$.

Corollar 30 Ω_L ist ein endlich codiertes AFA-Schema.

Lemma 2.4.1 $L \in \mathcal{L}^t(\mathcal{D}_L)$.

Definition 2.4.2 $MinL = \{w \in L \mid w = xy \Rightarrow w = x \vee w = y \vee x \notin L\}$.

Lemma 2.4.2 Wenn L der natürliche Generator einer endlich codierten AFA ist, dann ist $L = (MinL)^*$.

Definition 2.4.3 Zwei Sprachen L und L' sind äquivalent, wenn $\mathcal{F}(L) = \mathcal{F}(L')$. Sie sind m -äquivalent, wenn $\mathcal{M}(L) = \mathcal{M}(L')$.

Lemma 2.4.3 Seien $L \subseteq \Sigma_1^*$ und c ein Symbol, das nicht in Σ_1 enthalten ist. Dann ist $(Lc)^*$ m -äquivalent zum natürlichen Generator von $(\Omega_L, \mathcal{D}_L)$.

Satz 2.4.1 Für eine beliebige Sprache L existiert eine endlich codierte AFA \mathcal{D}_L , so daß für ein Symbol $c \notin \Sigma_L$ gilt:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^t(\mathcal{D}_L) &= \mathcal{F}(L \cup \{\epsilon\}) = \mathcal{M}((Lc)^*) \\ \mathcal{L}(\mathcal{D}_L) &= \hat{\mathcal{F}}(L \cup \{\epsilon\}) = \hat{\mathcal{M}}((Lc)^*) \end{aligned}$$

Corollar 31 Eine AFL, die ϵ enthält, ist genau dann eine principal AFL, wenn sie durch eine endlich codierte AFA repräsentiert wird.

Corollar 32 Eine volle AFL ist genau dann eine volle principal AFL, wenn sie eine endlich codierte volle Repräsentation hat.

Corollar 33 Eine AFL \mathcal{L} ist genau dann eine principal AFL, wenn es eine endlich codierte Repräsentation für $\mathcal{F}(\mathcal{L} \cup \{\epsilon\}) = \mathcal{R}_0 \hat{\sigma}(\mathcal{L} \cup \{\epsilon\})$ gibt.

Corollar 34 Für eine nichtleere Sprache L und ein neues Symbol c gelten

$$\begin{aligned} \mathcal{F}(L \cup \{\epsilon\}) &= \mathcal{M}((Lc)^*) \\ \mathcal{F}(L - \{\epsilon\}) &= \mathcal{M}((Lc)^+) \\ \hat{\mathcal{F}}(L) &= \hat{\mathcal{M}}((Lc)^*) = \hat{\mathcal{M}}((Lc)^+) \end{aligned}$$

Corollar 35 Jede principal AFL ist eine principal Semi-AFL, und jede volle principal AFL ist eine volle principal Semi-AFL.

Satz 2.4.2 (Principal AFL Theorem)

1. Eine Sprachklasse, die $\{\epsilon\}$ enthält, ist eine principal AFL genau dann, wenn sie
 - durch eine endlich codierte AFA repräsentiert wird,
 - eine AFA-Repräsentation hat und jede Repräsentation eine endlich codierte Sub-AFA besitzt, die auch eine Repräsentation ist oder
 - eine AFA-Repräsentation hat und jede AFA-Repräsentation endlich codierbar ist.

2. *Eine Sprachklasse ist eine volle principal AFL genau dann, wenn sie*

- *durch eine endlich codierte AFA voll repräsentiert wird oder*
- *eine volle AFA-Repräsentation hat und jede volle Repräsentation eine endlich codierte Sub-AFA besitzt, die auch eine volle Repräsentation ist.*

A Verwendete Begriffe und Definitionen

A.1 a -Transducer

$M = (K, \Sigma_1, \Delta, H, q_0, F)$	a -Transducer mit $H \subseteq K \times \Sigma_1^* \times \Delta^* \times K$
$\gamma_M(K \times \Sigma_1^* \times K)$	Ausgabefunktion eines a -Transducers M
$M(L)$	Abbildung durch a -Transducer
$M^{-1}(L)$	inverse Abbildung durch a -Transducer
M ist ϵ -ausgabefrei	$H \subseteq K \times \Sigma_1^* \times \Delta^+ \times K$
M ist ϵ -eingabefrei	$H \subseteq K \times \Sigma_1^+ \times \Delta^* \times K$
M ist 1-bounded	$H \subseteq K \times (\Sigma_1 \cap \{\epsilon\}) \times (\Delta \cap \{\epsilon\}) \times K$
M ist ϵ -ausgabebegrenzt	$\exists k \geq 0 \mid \epsilon \notin \gamma_M(q, w, q')$ für $ w > k$
M ist ϵ -eingabebegrenzt	$\exists k \geq 0 \mid w \in \gamma_M(q, e, q') \Rightarrow w \leq k$

A.2 Sprachfamilien

Semi-AFL	nichttriviale, unter h_{nl} , h^{-1} und $\cap R$ abg. Sprachfamilie
Volle Semi-AFL	unter h abgeschlossene Semi-AFL
AFL	unter \cup , \cdot und Kleene+ abgeschlossene Semi-AFL
Volle AFL	unter h abgeschlossene AFL
$\mathcal{F}(\mathcal{L})$	kleinste AFL, die \mathcal{L} enthält
$\hat{\mathcal{F}}(\mathcal{L})$	kleinste volle AFL, die \mathcal{L} enthält
$\mathcal{L} = \mathcal{F}(L), L \in \mathcal{L}$	\mathcal{L} ist principal AFL; L ist Generator von \mathcal{L}
$\mathcal{L} = \hat{\mathcal{F}}(L), L \in \mathcal{L}$	\mathcal{L} ist volle principal AFL; L ist Generator von \mathcal{L}
$\mathcal{M}(\mathcal{L})$	$\{M(L) \mid L \in \mathcal{L}, M \text{ ist ein } \epsilon\text{-ausgabefreier } a\text{-Transducer}\}$
$\hat{\mathcal{M}}(\mathcal{L})$	$\{M(L) \mid L \in \mathcal{L}, M \text{ ist ein } a\text{-Transducer}\}$
$\mathcal{L} = \mathcal{M}(L), L \in \mathcal{L}$	\mathcal{L} ist principal Semi-AFL
$\mathcal{L} = \hat{\mathcal{M}}(L), L \in \mathcal{L}$	\mathcal{L} ist volle principal Semi-AFL
$\mathcal{H}(\mathcal{L})$	$\{h(L) \mid L \in \mathcal{L}, h \text{ nichtlöschender Homomorphismus}\}$
$\hat{\mathcal{H}}(\mathcal{L})$	$\{h(L) \mid L \in \mathcal{L}, h \text{ Homomorphismus}\}$

A.3 Operationen auf Sprachen und Sprachklassen

$\tau(L)$	Substitution in L
$\tau(a) \in \mathcal{L}$ für alle a	\mathcal{L} -Substitution
$\mathcal{L}_1 \sigma \mathcal{L}_2$	$\{\tau(L) \mid L \in \mathcal{L}_1, \tau \text{ ist eine } \epsilon\text{-freie } \mathcal{L}_2\text{-Substitution}\}$
$\mathcal{L}_1 \hat{\sigma} \mathcal{L}_2$	$\{\tau(L) \mid L \in \mathcal{L}_1, \tau \text{ ist eine } \mathcal{L}_2\text{-Substitution}\}$
L_1/L_2	$\{x \mid \exists y \in L_2, xy \in L_1\}$ Rechtsquotient von L_1 durch L_2
$L_2 \backslash L_1$	$\{x \mid \exists y \in L_2, yx \in L_1\}$ Linksquotient von L_1 durch L_2
$MinL$	alle präfixfreien Worte von L
L äquivalent L'	$\mathcal{F}(L) = \mathcal{F}(L')$
L m -äquivalent L'	$\mathcal{M}(L) = \mathcal{M}(L')$

A.4 AFA-Schemata und Akzeptoren

$\Omega = (\Gamma, I, f, g)$	AFA-Schema
Ω ist endlich codiert	$I \cup g(\Gamma^*)$ ist endlich
Ω_L	auf einer Sprache L konstruiertes AFA-Schema
$D = (K_1, \Sigma_1, \delta, q_0, F_1)$	Akzeptor mit $\delta : K_1 \times (\Sigma_1 \cup \{\epsilon\}) \times g(\Gamma^*) \rightarrow$ endl. Teilmengen von $K_1 \times I$
\mathcal{D}	Klasse aller Akzeptoren eines AFA-Schemas
$(q, w, \gamma) \in K_1 \times \Sigma_1^* \times \Gamma^*$	Momentanbeschreibung eines Akzeptors
$(q, w, \gamma) \vdash_D^n (q', w', \gamma')$	Berechnung eines Akzeptors
$L(D)$	von D akzeptierte Sprache
D läuft in Quasirealzeit	$ \epsilon\text{-Übergänge pro Eingabesymbol} < k$
D ϵ -frei	keine ϵ -Übergänge zugelassen
$\mathcal{L}(\mathcal{D})$	$\{L(D) \mid D \in \mathcal{D}\}$
$\mathcal{L}^t(\mathcal{D})$	$\{L(D) \mid D \in \mathcal{D}, D \text{ läuft in Quasirealzeit}\}$

A.5 AFAs

(Ω, \mathcal{D})	AFA
(Ω, \mathcal{D}) repräsentiert \mathcal{L}	(Ω, \mathcal{D}) ist AFA mit $\mathcal{L}^t(\mathcal{D}) = \mathcal{L}$
(Ω, \mathcal{D}) repräsentiert \mathcal{L} voll	(Ω, \mathcal{D}) ist AFA mit $\mathcal{L}(\mathcal{D}) = \mathcal{L}$
(Ω', \mathcal{D}') Sub-AFA von (Ω, \mathcal{D})	Γ', I', f', g' sind jew. in Γ, I, f, g enthalten
(Ω, \mathcal{D}) ist endlich codiert	Ω ist endlich codiert
(Ω, \mathcal{D}) ist endlich codierbar	\exists endl. codierte Sub-AFA mit $\mathcal{L}^t(\mathcal{D}) = \mathcal{L}^t(\mathcal{D}')$
$(\gamma, u), \gamma = g(x)$	Spur von $(q, aw, x) \vdash_D (q', w, f(x, u))$
L_D	alle Spuren aller akz. Berechnungen von D
$L_{\mathcal{D}}$	alle Spuren aller akz. Berechnungen von $D \in \mathcal{D}$ (natürlicher Generator von \mathcal{D})