Algorithmisches Lernen
3. Übungsblatt

Adam Duck

15. Mai 2001

3.1 Aufgabe ...

Diese Aufgabe ist ähnlich zur **1.2 Aufgabe**, nur dass wir diesmal mehrere Mengen haben, die wir zum Zertrümmern benutzen (1-er, 2-er, 3-er und 4-er Schiff) und nicht nur einen Kreis, den wir verschieben und vergrößern können. Ich zetrümmere dabei jedes Schiff einzeln – und wenn ich alle Schiffe zertrümmern kann, kann ich auch die komplette Menge zertrümmern.

In meinem Beispiel zur VC-Dimension benutze ich

$$\mathsf{S} = \{\mathsf{C3}, \mathsf{D3}, \mathsf{J4}, \mathsf{J5}, \mathsf{G7}, \mathsf{H7}, \mathsf{D8}\}$$

also das Beispielkonzept ohne $\{\mathsf{E3}, \mathsf{F3}, \mathsf{J3}\}$. Diese Menge kann ich komplett einzeln zertrümmern, also z.B. $\{\mathsf{G7}, \mathsf{H7}\}$ jeweils für $\mathsf{G7}$ und $\mathsf{H7}$ ein 1x1-Schiff und ein 2x1-Schiff für $\{\mathsf{G7}, \mathsf{H7}\}$. Dasselbe gilt für die anderen (Teil-)Schiffe und wir können sagen:

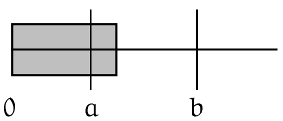
$$\mathsf{VC}(\mathsf{S}) \geq 7$$

3.2 Aufgabe Zuerstmal erinnern wir uns an **Satz 2.5** (*S. 14* Skript):

Für jede Hypothesenklasse $\mathcal{H}$ gilt

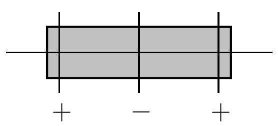
$$\text{Gegenbeispiel}_{\mathcal{H}}(\mathcal{C}) \geq \mathsf{VC}(\mathcal{C})$$

- $\text{Halbintervall}_\text{n}$



Hier ist die VC-Dimension gleich 1, denn ich kann nur eine Beispielmenge mit einem Element zertrümmern. Sobald zwei Elemente auf der Geraden angeordnet sind, kann ich in kein Halbintervall $\neg\mathfrak{a}$ und $\mathfrak{b}$ aufnehmen, für denn Fall, dass $0 < \mathfrak{a} < \mathfrak{b}$.
In meinem Bild wäre die graue Fläche das Halbintervall, $\mathfrak{a}$ das Beispiel, das nicht reingehört und $\mathfrak{b}$ das, das es soll. Damit ist die minimale Anzahl an Gegenbeispielen gleich 1.

- $\text{Intervall}_\text{n}$



Hier ist die VC-Dimension gleich 2, wobei man dieselbe Argumentation wie oben benutzen kann.
In meinem Bild wäre die grau schraffierte Fläche wieder das Intervall und die mit "+" gekennzeichneten Beispiele sollten aufgenommen werden, während das mit "−" gekennzeichnete Beispiel außen vor bleiben sollte. Wie man sieht, ist das nicht möglich, und daraus folgt:
die minimal Anzahl an Gegenbeispielen ist 2.